

Neue Berechnungskonzepte zur Dimensionierung von standardisierten Polygonprofilen für formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen

New Computational Concepts for Dimensioning of Standardized Polygonal Profiles as Form- Closed Shaft and Hub Connections

Prof. Dr.-Ing. habil. **Masoud Ziaei**, Westsächsische Hochschule, Zwickau

Kurzfassung

Die nach DIN 32711 und DIN 32712 standardisierten Polygonprofile weisen keine geometrisch ähnlichen Konturen für verschiedene Nenngrößen auf. Dies verursacht erhebliche Schwierigkeiten bei einer optimalen Dimensionierung bzw. Fertigung derartiger Profile. Darüber hinaus sind die in der Norm dargelegten Berechnungsvorschriften unter starken Vereinfachungen hergeleitet worden, so dass in vielen Fällen die entsprechende Auslegung zur Überdimensionierung der Welle-Nabe-Verbindung führt.

In diesem Beitrag werden optimale Geometrien für diese beiden Profile dargestellt, und neue zuverlässige Berechnungsgleichungen zur Dimensionierung der Welle-Nabe-Verbindung auf Basis der analytischen und numerischen Untersuchungen mit Hilfe der komplexen Elastizitätstheorie präsentiert. Dabei werden Flächenpressung, Vergleichsspannung und Schlupfgröße berücksichtigt.

Abstract

The standardized polygonal profiles according to DIN 32711 and DIN 32712 do not provide geometrically similar contour for different nominal sizes. This makes the optimal design and manufacturing of such profiles extremely complex. Further, the computation equations stated in the standards have been deduced under strongly simplified mechanical assumptions, therefore, calculations frequently lead to over- sizing of shaft and hub connections.

Optimal geometries for two types of profiles are represented in the following article. New and more accurate equations are represented for calculation and optimal design of polygonal shaft and hub connections on basis of analytical investigations applying complex elasticity theory. Surface pressure, equivalent stress and slippage are considered in the calculation concept.

1. Einleitung

Polygon-Welle-Nabe-Verbindungen (PWNV) zählen zu den formschlüssigen WNV, wobei die Profilwirkflächen im Gegensatz zu den Pressverbindungen keine kreisförmige Form aufweisen. Diese Profile sind nach DIN 32711 [1] und DIN 32712 [2] genormt.

Maßgebend für den Formschlussgrad des Profils ist die Unrundheit der Kontur, die mit dem Begriff „Exzentrizität“ e ausgedrückt wird. Die Polygonprofile stellen einen Sonderfall der allgemeinen Epitrochoide dar, bei der die Polygonkurve zu einer im Unendlichen erzeugten Trochoide ($R_m \rightarrow \infty$) parallel entwickelt wird. Die Parameterdarstellung dieser Profile wird mit den folgenden Gleichungen angegeben:

$$\begin{aligned} x &= (R_m - e \cos n\nu) \cos \nu - ne \sin n\nu \sin \nu, \\ y &= (R_m - e \cos n\nu) \sin \nu + ne \sin n\nu \cos \nu. \end{aligned} \quad (1)$$

Hierbei sind:

R_m der Mittelradius des Profils,

e die Exzentrizität,

n die Eckenzahl der Profilkontur und

ν der Winkel zwischen der Kurvennormalen und der x -Achse.

Der Parameterwinkel ν unterscheidet sich vom Polarwinkel θ [3]. Die Grenzexzentrizität für Polygonprofile lässt sich wie folgt definieren:

$$e_{\text{grenz}} = \frac{R_m}{n^2 - 1} \quad \text{bzw.} \quad \bar{e}_{\text{grenz}} = \frac{2}{n^2 - 1}, \quad (2)$$

wobei \bar{e} die auf den Mitteldurchmesser D_m bezogene Profilexzentrizität angibt. Beim Überschreiten dieser Grenze überschneidet sich das Profil und hat aus technischer Sicht keine Einsatzmöglichkeit.

Beim Übertragen von Drehmomenten bewirkt die entsprechende Geometrie neben den in Umfangsrichtung wirkenden Reibkräften die Bildung von Normalkräften in den Kontaktflächen. Dieser Sachverhalt kann als der wesentlichste Vorteil der Polygon-Welle-Nabe-Verbindungen gegenüber den Pressverbindungen bezeichnet werden, weil dadurch die Übertragungskapazität der Verbindung nicht mehr durch eine von den Reibkräften bestimmte Haftgrenze beschränkt ist.

Trotz der oben erwähnten Vorteile konnten sich die Polygonprofile im Maschinenbau bisher weniger als die anderen Verbindungsarten durchsetzen. Eine Ursache dafür ist der hohe Standardisierungsgrad der etablierten Welle-Nabe-Verbindungen wie Passfeder und Pressverbindungen, welcher aus folgenden Gründen hier nicht erreicht wurde:

- Die 2007 geringfügig verbesserten Normen DIN 32711 [1] und DIN 32712 [2] für Polygonverbindungen basieren nach wie vor auf mittlerweile veralteten Fertigungsmethoden und weisen geometrisch uneinheitliche und unähnliche Profile für verschiedene Nenngößen auf (s. **Bild 1**). Dies beeinträchtigt weiterhin die Wirtschaftlichkeit und den Standardisierungsgrad dieser Profile sehr negativ. **Bild 2** links zeigt die Verteilung der Exzentrizität bei den genormten P3G- und P4C-Profilen. Bei einer optimalen Norm sollte die bezogene Profilexzentrizität $\bar{e} = e / D_m$ für alle Nenngößen konstant gehalten werden. Dies gilt auch für das Durchmesserverhältnis bei den P4C-Profilen (Bild 2 rechts).
- Es fehlt eine zuverlässige (analytische) Auslegungsvorschrift zur Ermittlung des Spannungszustandes in der Profilverbindung sowie in der Profilwelle als Antriebselement, weil das mechanische Verhalten der Polygonprofile im Vergleich zu runden Formen äußerst komplex ist. Daher ist für diese Profile die Anwendung der teureren Finite-Elemente-Methode (FEM) selbst bei einfachen Berechnungsfällen unabdingbar. Andererseits weisen die in den o.g. Normen dargestellten Berechnungsverfahren auch keine hinreichende Genauigkeit zur Auslegung von Profilverbindungen auf und führen oft zur Überdimensionierung der Verbindung.

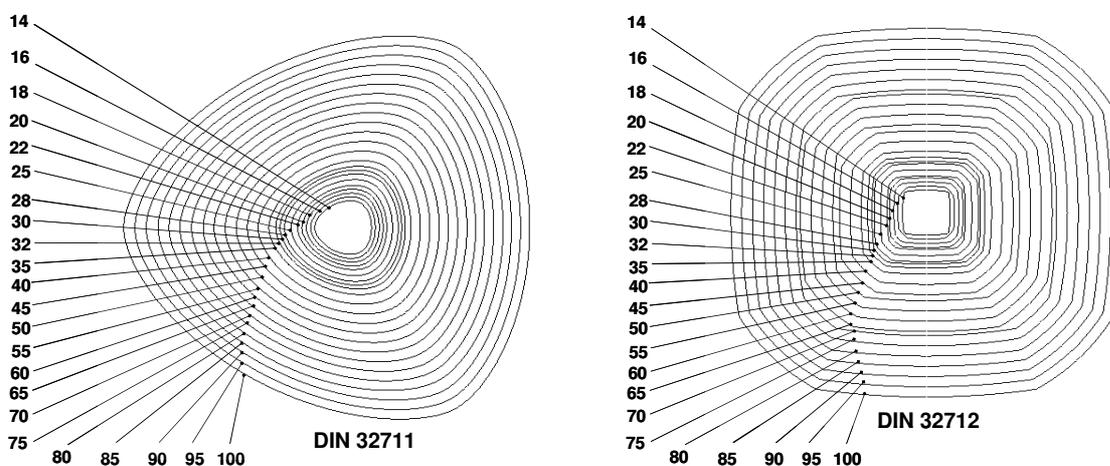


Bild 1: Mangelnde geometrische Ähnlichkeit bei genormten P3G- und P4C-Profilen

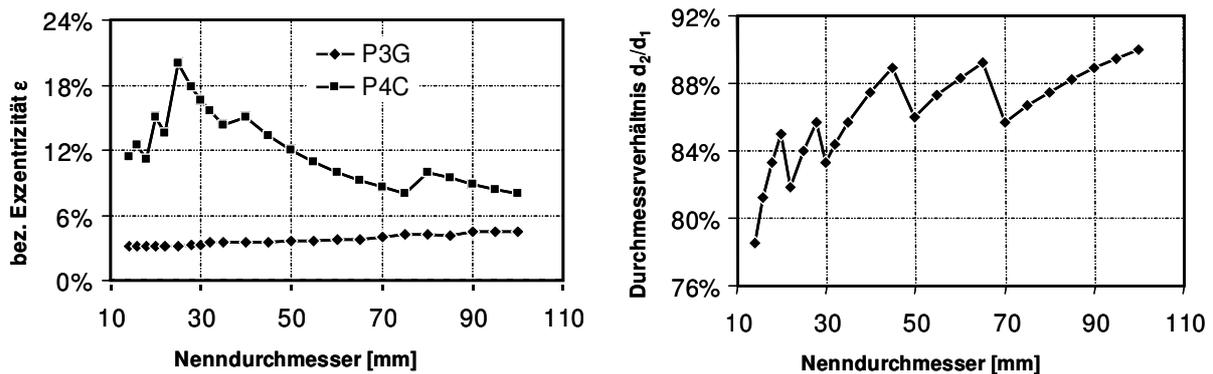


Bild 2: links, Verteilung der Exzentrizität bei den genormten P3G- und P4C-Profilen, mit $\varepsilon = e/D_m$. rechts, Verteilung des Durchmesserhältnisses bei P4C-Profilen

2. Optimierte Profile

Es wurden in [3] zahlreiche numerische Untersuchungen zur Optimierung der Polygonprofile mit dem Ziel, eine einheitliche Geometrie für das jeweilige Profil zu ermitteln, durchgeführt. Diese Untersuchungen wurden durch experimentelle Versuche begleitet [4]. Um sowohl die stationären als auch die instationären Belastungen in die Vergleichsuntersuchungen der genormten Polygonprofile einzubeziehen, wurden bei den numerischen Untersuchungen in [3] die folgenden Parameter als Vergleichskriterien bei der Optimierung der Profilgeometrie berücksichtigt:

- *Maximale Normalspannung in der Welle $\sigma_{m,max}$* : Dieser Parameter ist zum Überprüfen der Flächenpressung von Bedeutung. In der klassischen Lehre der Maschinenelemente ist die Flächenpressung maßgebend für die Dimensionierung der Polygonverbindungen.
- *Maximale Vergleichsspannung in der Nabe $\sigma_{v,max}$* : Die Vergleichsspannung gemäß Gestaltänderungs-Energie-Hypothese wurde als ein zweites Versagenskriterium in herkömmlichen Berechnungsmethoden empfohlen. Wegen der Aufweitung der Nabe infolge einer Torsionsbelastung tritt im Normalfall immer die maximale Vergleichsspannung in der Nabe auf.
- *Schlupfamplitude zwischen Welle und Nabe s_a* : Polygonverbindungen stellen unter instationärer Belastung ein dynamisch beanspruchtes Kontaktsystem dar. Die Amplitude des Schlupfes ist darin ein sehr wichtiger Parameter. Ihre Größe spiegelt im Zusammenhang mit der auftretenden Reibschubspannung die Reibenergie wider, die bei jedem Belastungsumlauf in das Kontaktsystem einfließt.

- *Reibkorrosions-Parameter FFDP (Fretting-Fatigue Damage Parameter)*: Als ein Kriterium zur Beschreibung des risskritischen Ortes wurde dieser Parameter erstmals in [5] präsentiert. Die Gültigkeit dieses Kriteriums bei torsionsbelasteten Polygonverbindungen wurde in [6 und 7] nachgewiesen. Beim Optimierungsvorgang der Polygonprofile wurden lediglich die maximalen Werte des FFDP miteinander verglichen.
- *Kontaktspannungsgefälle*: Die in [4] durchgeführten Torsionsversuche haben gezeigt, dass das P3G-Profil mit $\bar{\varepsilon} = 3,11\%$ trotz höherer Spannungen eine größere Reibdauerfestigkeit als das Profil mit $\bar{\varepsilon} = 4,50\%$ aufweist. Dieser Sachverhalt wird von einem größeren Kontaktspannungsgefälle im ersten Fall verursacht. Deshalb wurde auch das Kontaktspannungsgefälle als ein Optimierungsparameter berücksichtigt.

Die folgenden weiteren Nebenkriterien wurden ebenfalls im Optimierungsvorgang berücksichtigt:

- *Grundschlupf s_g* : Bei torsionsbelasteten Polygonverbindungen verformt sich die Verbindung wegen des elastischen Verhaltens der Welle und der Nabe. Infolge dessen reduziert sich der aktive Anlagebereich, über den das Drehmoment übertragen wird. Die elastischen Verformungen sind mit einem bestimmten tangentialen Schlupf zwischen Welle und Nabe – hier Grundschlupf genannt - verbunden, der nach der *Entlastung* in der Verbindung teilweise erhalten bleibt. Der Grundschlupf ist besonders bei den unter Last verschiebbaren P4C-Verbindungen von großer Bedeutung, wo er möglichst *niedrig* gehalten werden soll.
- *Spannungsgefälle entlang der Nabenlänge*: Bei Erhöhung der Exzentrizität bzw. des Durchmesserhältnisses bei den P4C-Profilen nimmt das Spannungsgefälle entlang der Verbindung zu. Dies spiegelt eine stärkere Spannungserhöhung im Bereich der Nabenkante wieder. Bei einem zu großen Spannungsgefälle werden die Drehmomente hauptsächlich über den Bereich der Nabenkante übertragen und die Nabenlänge wird nicht optimal ausgenutzt.
- *Änderungen im Anlagebereich*: In einer Polygonverbindung, die mit statischer Torsion und Umlaufbiegung belastet ist, treten in Abhängigkeit vom Lastverhältnis zyklische Änderungen über die Breite des Anlagebereiches auf. Die Amplitude dieser Änderungen ist ein wichtiger tribologischer Parameter.

- *Fertigungsbedingte Einschränkungen:* Die Fertigung bzw. das Schleifen der Innenfläche der Nabe mit spitzen Profilen ist auf herkömmlichen Maschinen nicht immer optimal möglich. Infolge dessen treten oft Ungenauigkeiten bei der Innenkontur auf, was die tribologischen Verhältnisse der Kontaktflächen stark negativ beeinflusst. Dieser Sachverhalt wird als eine Beschränkung für hohe Exzentrizitäten angesehen.

Durch Vergleichen der jeweils günstigsten Werte für die Exzentrizität wurde dann hinsichtlich der oben genannten Parameter der Mittelwert von 3,6% als die günstigste bezogene Exzentrizität für P3G-Profile festgelegt. Darüber hinaus wurde ein P4C-Profil mit $\bar{\epsilon} = 12,5\%$ und $Q_d = 82\%$ als optimales P4C-Profil für den allgemeinen Anwendungsfall vorgeschlagen.

Bild 3 stellt die optimierten P3G- und P4C-Profile dar.

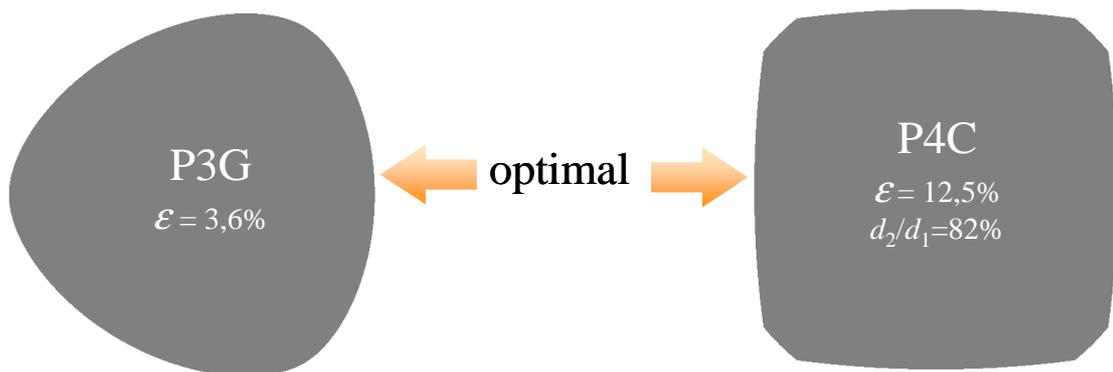


Bild 3: Optimierte P3G- und P4C-Profile

In den nachstehenden Kapiteln werden u.a. Berechnungs- und Dimensionierungsgleichungen zur Auslegung der optimierten Polygonprofile präsentiert.

2. Dimensionierung

Infolge der Beanspruchung einer Polygon-Welle-Nabe-Verbindung können im Allgemeinen drei Versagensbereiche auftreten: Versagen im *Verbindungsbereich* in der Welle oder in der Nabe sowie das Versagen in der Welle außerhalb der WNV. Zur Auslegung der Polygonverbindungen werden in diesem Kapitel deshalb Berechnungsgleichungen für die **maximalen** Werte der folgenden Beanspruchungsgrößen präsentiert:

- Torsionsspannung in der Polygonwelle
- Normalspannung (Flächenpressung) in der Verbindung
- Vergleichsspannung in der Nabe
- Schlupfamplitude in potenzieller Anrisstelle

2.1 P3G-Profile

2.1.1 Berechnung der drehmomentbelasteten P3G-Profilwelle

Anders als bei runden Wellen bleiben die Querschnitte unrunder Profilwellen infolge einer Drehmomentbelastung nicht eben. Die Verformung des Querschnittes in Axialrichtung wird als *Verwölbung* bezeichnet. Die Verwölbung hat zur Folge, dass die Torsionsspannung auf der Mantelfläche der Profilwelle nicht mehr gleichmäßig verteilt ist. Die maximalen Spannungen treten in der Mitte der Profilflanken, die minimalen Spannungen im Bereich der Profilnasen (-ecken) auf. Mit Hilfe der Methode der konformen Abbildungen in der Elastizitätstheorie kann die Beanspruchung in der torsionsbelasteten P3G-Profilwelle (s. **Bild 4**) wie folgt ermittelt werden :

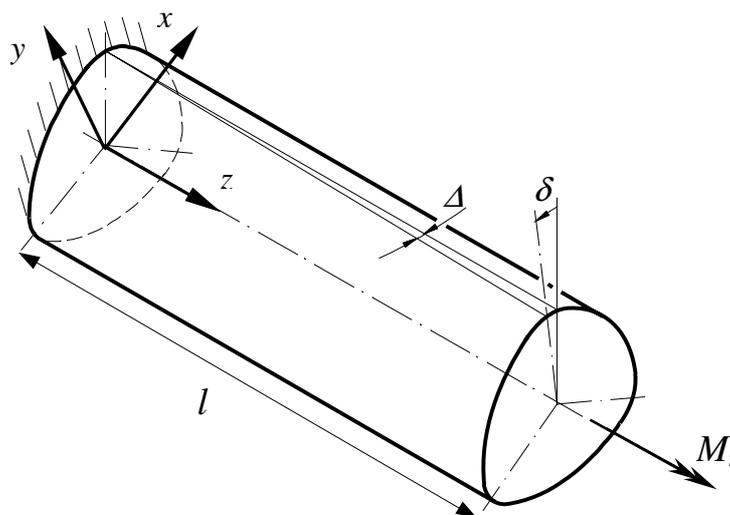


Bild 4: Torsionsbelastete P3-Profilwelle

$$\tau_{max} = \frac{2M_t}{\pi} \cdot \frac{144 - 240\varepsilon + 415\varepsilon^2}{R_m^3 (12 - 37\varepsilon)(11,3 + 48\varepsilon^2 + 13\varepsilon^3 + 59\varepsilon^4)} \quad (3)$$

Torsionsformzahl

Vergleicht man die maximale Torsionsspannung aus Gl. 3 mit der auftretenden Schubspannung auf der Mantelfläche einer mit dem gleichen Torsionsmoment belasteten

runden Welle mit dem Radius R_m , wird die folgende Formzahl für Profilverellen als eine Funktion von der *relativen Exzentrizität* $\varepsilon = e / R_m$ ermittelt

$$\bar{\alpha}_{t,P3G} = \frac{144 - 240\varepsilon + 415\varepsilon^2}{(12 - 37\varepsilon)(11,3 + 48\varepsilon^2 + 13\varepsilon^3 + 59\varepsilon^4)}. \quad (4)$$

Setzt man $\varepsilon = 0,072$ in die Gleichung (4) ein, erhält man für das optimale P3G-Profil die Torsionsformzahl wie folgt

$$\bar{\alpha}_{t,P3G} = 1,195 \approx 1,2. \quad (5)$$

Bezogenes Spannungsgefälle und Kerbwirkungszahl

Um die Kerbwirkungszahl $\beta_{\tau,P3G}$ für Dauerfestigkeitsberechnungen der P3G-Profile rechnerisch ermitteln zu können, wurde das bezogene Spannungsgefälle für torsionsbelastete P3G-Profilverellen theoretisch abgeleitet. Es wird als eine Funktion von relativen Exzentrizität ε und Nennradius R_m mit Hilfe der nachstehenden Gleichung ermittelt

$$\bar{G}_{\tau,P3G} = \frac{47(1728 - 8208\varepsilon + 58788\varepsilon^2 - 41131\varepsilon^3)}{4R_m(12 - 37\varepsilon)^2(144 - 240\varepsilon + 415\varepsilon^2)}. \quad (6)$$

Setzt man $\varepsilon = 0,072$ in die Gleichung 6 ein, erhält man für das optimale P3G-Profil das bezogene Torsionsspannungsgefälle wie folgt

$$\bar{G}_{\tau,P3G} = \frac{1,49}{R_m}. \quad (7)$$

Mit dem aus der Gl. 7 ermittelten Spannungsgefälle kann man nach DIN 743 [8] die *dynamische Stützzahl* n berechnen

$$n = 1 + \sqrt{\bar{G}_{\tau,P3G}} \cdot 10^{-\left(0,33 + \frac{\sigma_s}{712}\right)}. \quad (8)$$

Die Kerbwirkungszahl des Profils für die Torsionsbelastung ergibt sich dann aus der folgenden Gleichung

$$\beta_{\tau,P3G} = \frac{\bar{\alpha}_{t,P3G}}{n}. \quad (9)$$

2.1.2 Beanspruchung in der Verbindung

Maximale Flächenpressung

Unter Berücksichtigung aller untersuchten Parameter (s.o.) wird die folgende empirische Gleichung zur Ermittlung der maximalen Flächenpressung an die Ergebnisse der umfangreichen 3D-FE-Berechnungen angepasst.

$$\sigma_{nn,max_P3G} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot D_m^3} \cdot K_Q \cdot K_\mu \cdot K_l$$

mit :

$$K_Q = 9,32 \cdot Q_A^4 - 2,25 \cdot Q_A^2 + 2,56, \quad (11)$$

$$K_\mu = 0,95 \cdot e^{-6,3\mu} + 0,73,$$

$$K_l = 2,82 - 1,82 \cdot (l / D_m).$$

Die in der Nabe auftretende maximale Vergleichsspannung wird wie folgt ermittelt:

$$\sigma_{V,max_P3G} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot D_m^3} \cdot K_Q \cdot K_\mu \cdot K_l$$

mit :

$$K_Q = 11,48 \cdot Q_A^4 - 3,52 \cdot Q_A^2 + 3,68, \quad (12)$$

$$K_\mu = 0,73 \cdot e^{-7,5\mu} + 0,84,$$

$$K_l = 3,01 - 1,99 \cdot (l / D_m).$$

Die Berechnungsformeln 11 und 12 führen zu einer hinreichenden Genauigkeit in den folgenden Parameterbereichen:

- $0,30 \leq Q_A \leq 0,65$,
- $0,05 \leq \mu \leq 0,35$ und
- $0,5 \leq l / D_m \leq 1,1$.

Darüber hinaus werden die gleichen *Elastizitätseigenschaften* für Welle und Nabe sowie ein *rein elastisches* Werkstoffverhalten zugrunde gelegt.

Schlupfgröße

Schließlich wird die folgende empirische Gleichung durch Einbeziehung aller untersuchten Parameter für die Berechnung des Schlupfes am potenziellen Anrissort beim optimierten P3G-Profil ermittelt:

$$\left(\frac{s}{D_m} \right)_{P3G} = \frac{M_t}{2 \cdot 10^8} \cdot K_Q \cdot K_\mu \cdot K_l$$

mit :

$$K_Q = 9,38 \cdot Q_A^4 - 1,16 \cdot Q_A^2 + 1,38, \quad (13)$$

$$K_\mu = 1,17 \cdot e^{-7,3\mu} + 0,73,$$

$$K_l = 3,59 \cdot e^{-(2,6l/D_m)} + 0,72.$$

Die oben vorausgesetzten Parameterbereiche für die Gleichungen 11 und 12 gelten gleichermaßen für die Anwendung von Gleichungen 13.

2.1.3 Spannungen in mit Übermaß gefügten Polygonverbindungen

Eine Polygon-Welle-Nabe-Verbindung mit Übermaß (S. **Bild 4**) ist eine reib-formschlüssige Verbindung und weist erhebliche Vorteile hinsichtlich der Reibkorrosionserscheinungen auf.

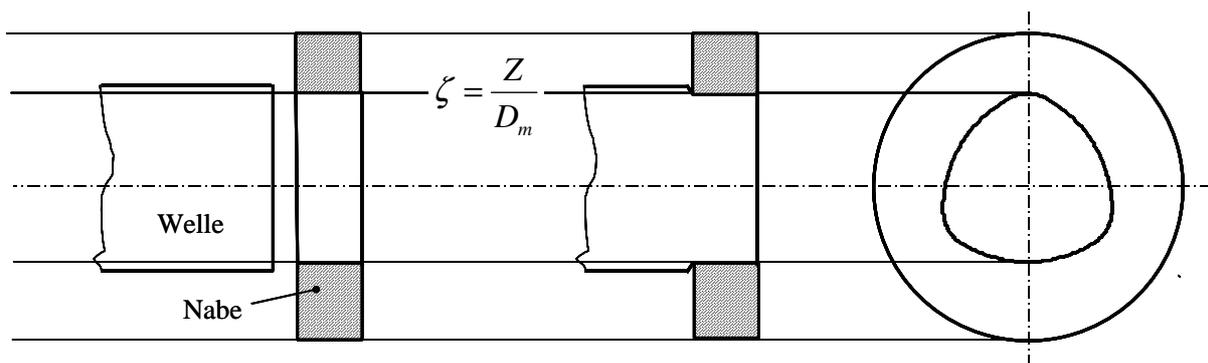


Bild 4: P3G-Welle-Nabe-Verbindung mit Übermaß

Eigenspannungen

Mit dem Begriff „Eigenspannungen“ werden die Spannungen, die infolge der Montage der Verbindung auftreten bezeichnet. Die Eigenspannungen sind unabhängig von der Belastung.

Für das optimierte P3G-Profil mit $\varepsilon = 0,072$ (bzw. $\bar{\varepsilon} = 0,036$) können näherungsweise die analytischen Lösungen der *hypotrochoidischen* Profile nach ZIAEI [3] mit sehr guter Genauigkeit angewendet werden. Hierbei erscheinen, im Gegensatz zu den runden Pressverbindungen, auch Schubspannungen. Die maximalen Eigenspannungen treten immer im Bereich der Profilnase auf (s. **Bild 5**).

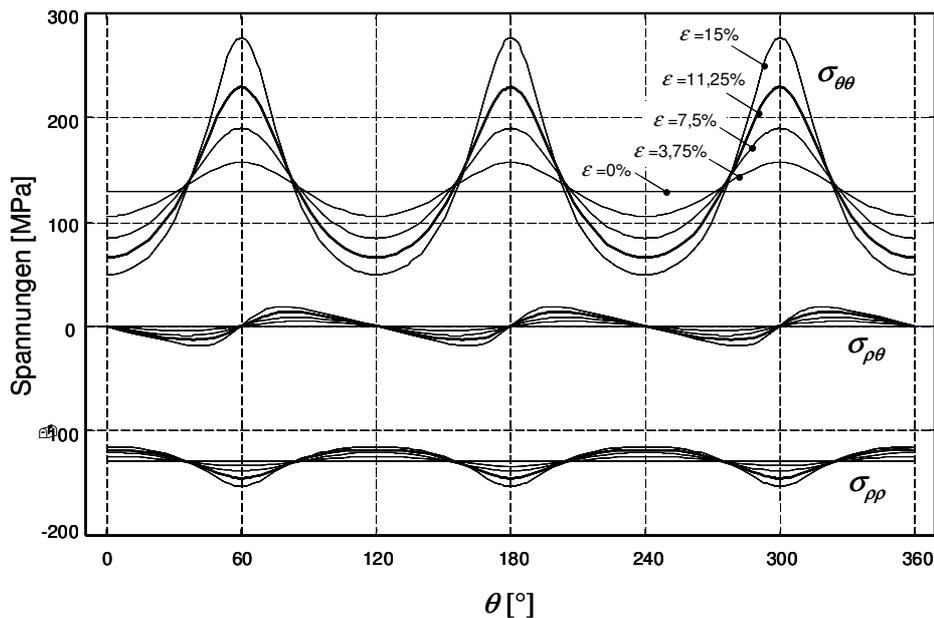


Bild 5: Spannungsverläufe in hypotrochoidischen Polygongnaben bei Wirkung des Übermaßes für verschiedene Exzentrizitäten, $\zeta = 0,0008$, $E = 210000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,3$

In Anlehnung an ZIAEI [3] werden folgende Gleichungen zur Ermittlung der Normal- und Vergleichsspannungen bei der optimalen P3G-Profilverbindung eingesetzt:

$$\sigma_{m,\max} = -\frac{E\zeta}{2(3-4\nu)} \cdot \frac{3-2\varepsilon-4\nu}{1-2\varepsilon} \cdot (1-Q_A^2) \quad (14)$$

$$\sigma_{\vartheta\vartheta,\max} = \frac{E\zeta}{2(3-4\nu)} \cdot \frac{3+6\varepsilon-4\nu}{1-2\varepsilon} \cdot (1+Q_A^2), \quad (15)$$

wobei $\zeta = Z/d_1$ (Z/D_m) das auf den Nenndurchmesser bezogene Übermaß bezeichnet. Die maximale Vergleichsspannung kann gemäß der Schubspannungs-Hypothese wie folgt ermittelt werden:

$$\sigma_{V,\max} = \frac{E\zeta}{2(3-4\nu)(1-2\varepsilon)} \cdot \left[(3+6\varepsilon-4\nu) \cdot (1+Q_A^2) + (3-2\varepsilon-4\nu) \cdot (1-Q_A^2) \right]. \quad (16)$$

Für das optimierte P3G-Profil wird in den Gleichungen 14 bis 16 $\varepsilon = 0,072$ eingesetzt.

Spannungen infolge einer Belastung

In einer mit Übermaß gefügten Polygonverbindung tritt die maximale Eigenspannung $\sigma_{rr,\text{Fü},\max}$ im Bereich der Nase des Profils auf. Die aufgrund der Torsionsbelastung

auftretende maximale Normalspannung weist ihr Maximum ($\sigma_{rr,Be,max}$) aber auf der Flanke des Profils vor der Profilnase auf. **Bild 6** stellt qualitativ die Orte der beiden Maxima dar.

Vor der Belastung ist die maximale Normalspannung gleich $\sigma_{rr,Fü,max}$. Infolge der Torsionsbelastung reduziert sich zunächst diese Spannung und es bildet sich eine kleinere Maximalspannung vor der Profilnase aus. Mit zunehmender Belastung nimmt die maximale Spannung zu. Sie bleibt aber immer unter dem Niveau von $\sigma_{rr,Be,max}$. Dieser Sachverhalt ist u.a. auf die größeren Anlagebereiche und gleichmäßigere Verteilung der Flächenspannungen bei den mit Übermaß gefügten Polygonverbindungen zurückzuführen.

Zur Ermittlung der maximalen Spannungen in den mit Übermaß gefügten und belasteten P3G-Verbindungen ist es ausreichend, wenn man einfach nur $\sigma_{rr,Fü,max}$ (s. Gln. 14 bis 16) berücksichtigt, zumal diese Spannung jedes Mal vor der Belastung der Verbindung auftritt. Bei geringfügigen Übermaßen und großen Belastungen muss jedoch die Spannung $\sigma_{rr,Be,max}$ (s. Gln. 11 und 12) für die Auslegungsberechnungen angewendet werden. Die gleiche Vorgehensweise gilt auch für die Berechnung der maximalen Vergleichsspannung in der Nabe.

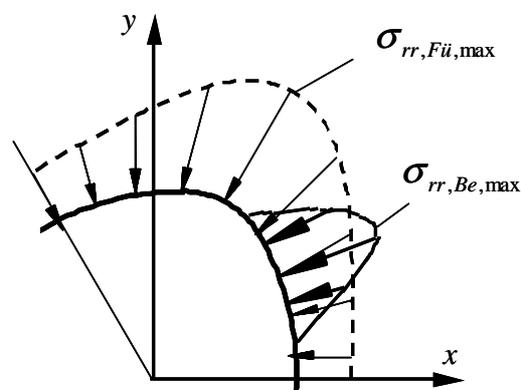


Bild 6: Schematische Verläufe (und Maximalwerte) der Normalspannung bei einer mit Übermaß gefügten P3G-Profilverbindung

2.2 P4C-Profile

2.2.1 Beanspruchung in der Verbindung

Maximale Flächenpressung

Unter Berücksichtigung aller untersuchten Parameter (s.o.) wurde die folgende empirische Gleichung zur Ermittlung der maximalen Flächenpressung für die **spielfreien** Verbindungen dargelegt:

$$\sigma_{nn,max_P4C} = \frac{16 \cdot M_t}{D_m^3} \cdot K_Q \cdot K_\mu \cdot K_l$$

mit :

$$K_Q = 1,56 \cdot Q_A^4 - 0,18 \cdot Q_A^2 + 7,26, \quad (17)$$

$$K_\mu = 0,52 \cdot e^{-2,7\mu} + 0,70,$$

$$K_l = 1,34 \cdot (l/D_m)^2 - 2,76 \cdot (l/D_m) + 2,41.$$

Die Gleichung 17 führt zu hinreichend genauen Ergebnissen in den folgenden Parameterbereichen:

- $0,30 \leq Q_A \leq 0,65$,
- $0,05 \leq \mu \leq 0,35$ und
- $0,5 \leq l/D_m \leq 1,1$.

Darüber hinaus werden die gleichen *Elastizitätseigenschaften* für Welle und Nabe sowie ein *rein elastisches* Werkstoffverhalten zugrunde gelegt.

Bei den *spielbehafteten* P4C-WNV reduzieren sich die Anlageflächen, und demzufolge nimmt die (maximale) Flächenpressung zu. In diesem Fall lässt sich die maximale Flächenpressung wie folgt ermitteln

$$\sigma_{nn,max_P4C} = \frac{16 \cdot M_t}{D_m^3} \cdot K_Q \cdot K_\mu \cdot K_l \cdot K_{\sigma_n}, \quad (18)$$

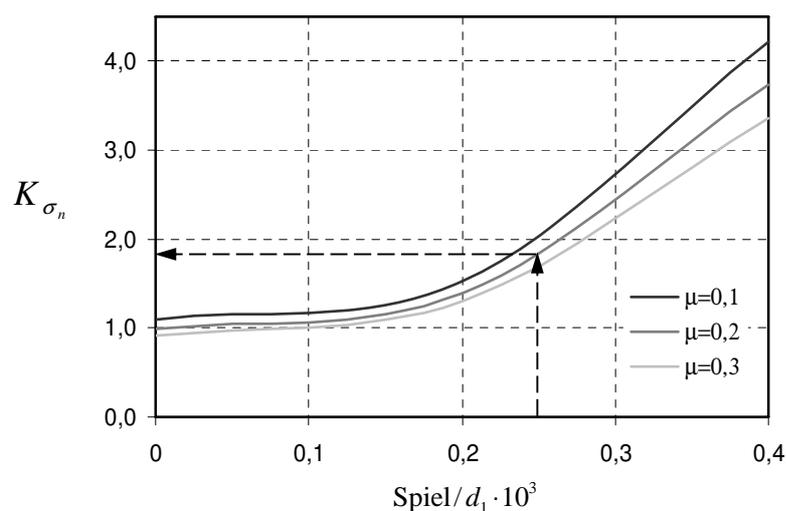


Bild 7: Erhöhungsfaktor für Flächenpressung K_{σ_n} in Abhängigkeit vom Verbindungsspiel und von der Reibungszahl

wobei K_{σ_n} den Erhöhungsfaktor für die Flächenpressung bezeichnet, welcher aus **Bild 7** abgelesen werden kann.

Maximale Vergleichsspannung

Die in der Nabe auftretende maximale Vergleichsspannung für eine spielfreie Verbindung wird folgendermaßen ermittelt:

$$\sigma_{V,max_P4C} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot D_m^3} \cdot K_Q \cdot K_\mu \cdot K_l$$

mit :

$$K_Q = 1,41 \cdot Q_A^4 + 0,09 \cdot Q_A^2 + 9,37, \quad (19)$$

$$K_\mu = 0,51 \cdot e^{-3,1\mu} + 0,72,$$

$$K_l = 0,93 \cdot (l/D_m)^2 - 2,10 \cdot (l/D_m) + 2,17.$$

Bei den mit *Spiel* gefügten Verbindungen verkleinern sich die Anlageflächen und folglich wächst die (maximale) Vergleichsspannung in der Nabe. Für diesen Fall kann die maximale Vergleichsspannung gemäß folgender Gleichung ermittelt werden

$$\sigma_{V,max_P4C} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot D_m^3} \cdot K_Q \cdot K_\mu \cdot K_l \cdot K_{\sigma_v}, \quad (20)$$

wobei K_{σ_v} den Erhöhungsfaktor für die Flächenpressung beschreibt, welcher aus **Bild 8** abgelesen wird.

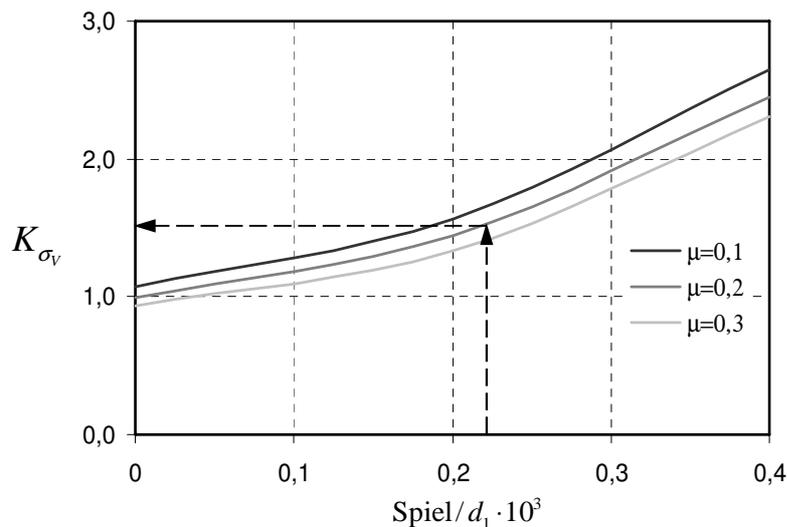


Bild 8: Erhöhungsfaktor für Vergleichsspannung K_{σ_v} in Abhängigkeit vom Verbindungsspiel und von der Reibungszahl

Schlupfgröße

Es wurde auch eine empirische Gleichung für die Berechnung des Schlupfes am potenziellen Anrissort durch Einbeziehung aller untersuchten Parameter für das optimierte P4C-Profil ermittelt:

$$\left(\frac{s}{D_m}\right)_{P4C} = \frac{M_t}{4 \cdot 10^8} \cdot K_Q \cdot K_\mu \cdot K_l$$

mit :

$$K_Q = 9,38 \cdot Q_A^4 - 1,16 \cdot Q_A^2 + 1,38, \quad (21)$$

$$K_\mu = 1,17 \cdot e^{-7,1\mu} + 0,72,$$

$$K_l = 0,39 \cdot (l/D_m)^2 - 1,95 \cdot (l/D_m) + 2,56.$$

Die oben vorausgesetzten Parameterbereiche für die Gl. 17 gelten gleichermaßen für die Anwendung von Gleichungen 18 bis 21.

Literaturverzeichnis

- [1] Antriebselemente Polygonprofile P3G, DIN 32711, Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin 2007.
- [2] Antriebselemente Polygonprofile P4C, DIN 32712, Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin 2007.
- [3] Ziaei, M.: Analytische Untersuchungen unrunder Polygonfamilien und numerische Optimierung genormter Polygonprofile für Welle-Nabe-Verbindungen, *Habilitationsschrift* TU Chemnitz, 2003.
- [4] Großmann, Ch.: Fretting Fatigue of Shape Optimised Polygon-Shaft-Hub Connections, Dissertation, TU Berlin, 2006.
- [5] Ruiz, C.; K.C. Chen. Life assessment of dovetail joints between blades and discs in aero-engines. *Fatigue of Engineering Materials and Structures*, Institute of Mechanical Engineers, London, 1986, 187-194.
- [6] Ziaei, M.: Untersuchungen der Spannungen und Verschiebungen in P4C-Polygon-Welle-Nabe-Verbindungen mittels der Methode der Finiten Elemente. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, Shaker Verlag, Aachen 1997.
- [7] Ziaei, M.; Gropp, H.; Wächter, K.: *Voraussage des Anrisses in Welle-Nabe-Verbindungen*, „antriebstechnik“, Heft 9, 2005.
- [8] Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen, DIN 743, Teil 2, Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin Oktober 2000.