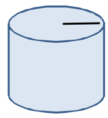
Excel hat bärenstärke Werkzeuge. So kann man z.B. den Solver nutzen um Optimierungen vorzunehmen.
Hier am Beispiel einer Blechdose.

| | B | C | Anfangswerte |
|---|---|---|---|
| 4 | Radius | 4,50 cm | 4,5 |
| 5 | Höhe | 10,00 cm | 10 |
| 6 | | | |
| 7 | Zylinderoberfläche | 409,98 cm² | |
| 8 | Zylindervolumen | 636,17 cm³ | |
| | Umkreiskugel R= | 6,73 cm | |

4,50 cm



10,00 cm

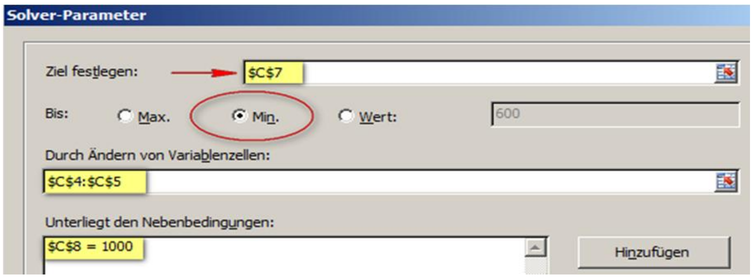
Formeln:
O= 2* r²*Pi + 2*r*Pi*h
V = r²*Pi*h

1) Das Zylindervolumen soll 1000cm³ (1Liter) sein. Die Höhe darf geändert werden.


Lösungen:

| | |
|---|---|
| r | 4,50 cm |
| h | 15,72 cm |
| O | 571,68 cm² |
| V | 1000,00 cm³ |

2) Die Zylinderoberfläche soll nun durch eine Optimierung von Radius und Höhe minimiert werden.



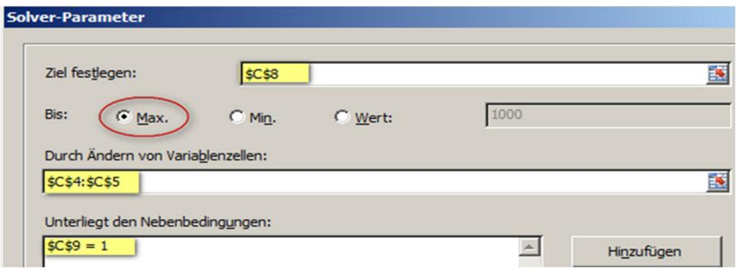

| | |
|---|---|
| r | 5,42 cm |
| h | 10,84 cm |
| O | 553,58 cm² |
| V | 1000,00 cm³ |

folgt h = 2 * r

3) Die Zylinderoberfläche soll nun per Optimierung von Radius und Höhe exakt 600cm² sein.
Der Radius r soll dabei <= 5cm sein.


| | |
|---|---|
| r | 4,01 cm |
| h | 19,82 cm |
| O | 600,00 cm² |
| V | 1000,00 cm³ |

4) In einer gegebenen Kugel soll ein Zylinder mit maximalem Volumen platziert werden.




Kugelradius sei 1 cm

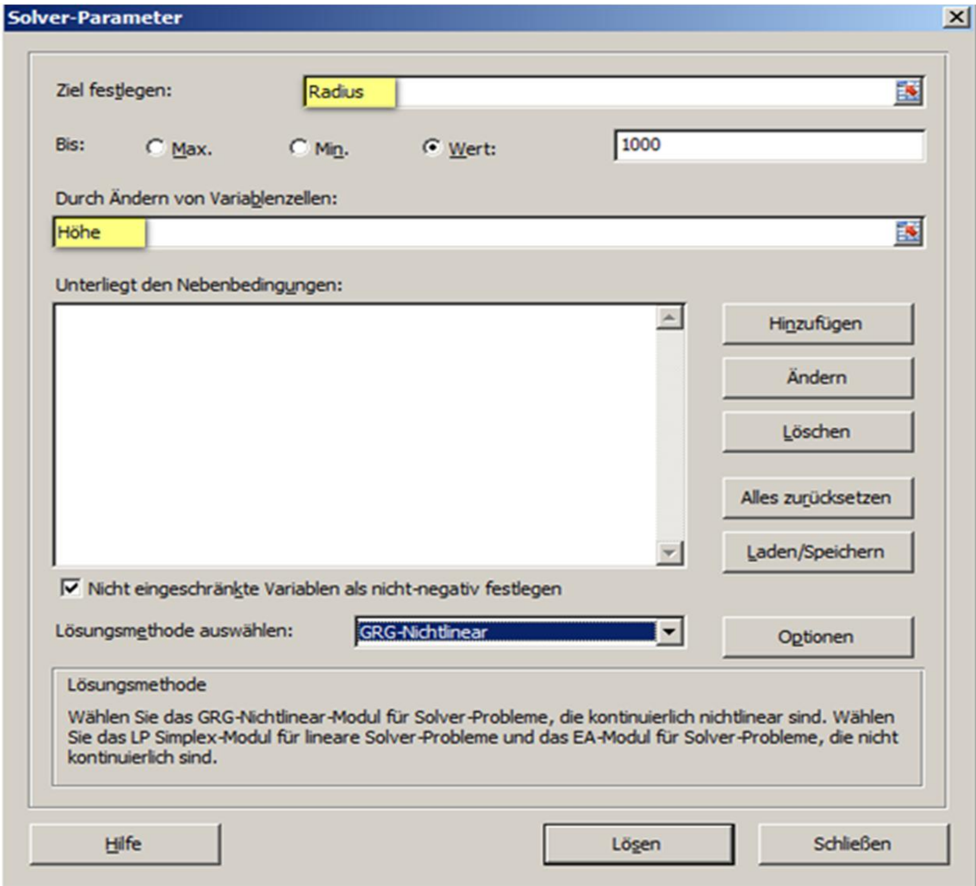
| | |
|---|---|
| r | 0,82 cm |
| h | 1,15 cm |
| O | 10,11 cm² |
| V | 2,42 cm³ |

s. Seite 5)
folgt h = Wurzel(2) * r

Anm.: Der Solver ist zu finden unter dem Reiter "Daten".
Er muss ggf. eingerichtet werden unter Datei|Optionen| Add-Ins -> Gehe zu..

Hier habe ich den Zellen in Spalte C mit Namen versehen

| | B | C | |
|---|---|---|---|
| 4 | Radius | 4,50 cm | Zellen haben jetzt Namen |
| 5 | Höhe | 10,00 cm | |
| 6 | | | |
| 7 | Zylinderoberfläche | 409,98 cm² | |
| 8 | Zylindervolumen | 636,17 cm³ | |




<u>Es geht auch ohne Solver.</u>

Es folgen noch einige Berechnungen, Analysen und Excelfunktionen mit graphischer Darstellung.

Viele Beiträge von Kollegen aus dem CAD-Forum haben zu (m)einer mathematischen Wiederbelebung beigetragen.  Danke!

Es folgt eine Zusammenfassung:

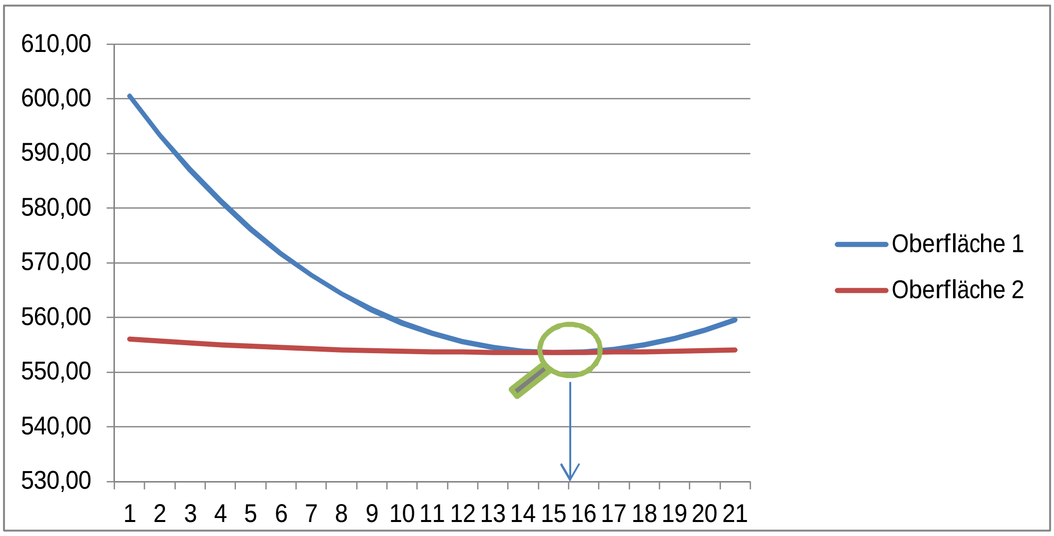
Aufwendig: Funktionskurven für Beispiel 2) in Abhängigkeit von r sowie nur von h

| Position | Radius | Oberfläche 1 | | Höhe | Oberfläche 2 | Konstante Volumen |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 600,53 | Formeln | 9,5 | 556,04 | 1000 |
| 2 | 4,1 | 593,43 | | 9,6 | 555,66 | 1000 |
| 3 | 4,2 | 587,03 | | 9,7 | 555,32 | 1000 |
| 4 | 4,3 | 581,29 | | 9,8 | 555,01 | 1000 |
| 5 | 4,4 | 576,19 | | 9,9 | 554,73 | 1000 |
| 6 | 4,5 | 571,68 | | 10 | 554,49 | 1000 |
| 7 | 4,6 | 567,73 | | 10,1 | 554,28 | 1000 |
| 8 | 4,7 | 564,33 | | 10,2 | 554,10 | 1000 |
| 9 | 4,8 | 561,43 | | 10,3 | 553,94 | 1000 |
| 10 | 4,9 | 559,02 | | 10,4 | 553,82 | 1000 |
| 11 | 5 | 557,08 | | 10,5 | 553,72 | 1000 |
| 12 | 5,1 | 555,58 | | 10,6 | 553,65 | 1000 |
| 13 | 5,2 | 554,51 | | 10,7 | 553,60 | 1000 |
| 14 | 5,3 | 553,85 | | 10,8 | 553,58 | 1000 |
| 15 ** | 5,4 | 553,59 | O1=O2 | 10,9 | 553,59 | 1000 |
| 16 | 5,5 | 553,70 | | 11 | 553,61 | 1000 |
| 17 | 5,6 | 554,18 | | 11,1 | 553,66 | 1000 |
| 18 | 5,7 | 555,02 | | 11,2 | 553,73 | 1000 |
| 19 | 5,8 | 556,19 | | 11,3 | 553,82 | 1000 |
| 20 | 5,9 | 557,70 | | 11,4 | 553,93 | 1000 |
| 21 | 6 | 559,53 | | 11,5 | 554,06 | 1000 |

Die Oberfläche soll durch Optimierung von r und h minimiert werden. Ich muss also die Oberfläche berechnen. Dabei muss ich das konstante Volumen annehmen und:

1. Radius als Variable - siehe Oberfläche 1 = 2*PI()*C4^2+2*H4/C4
2. Höhe als Variable - siehe Oberfläche 2 = 2*(H4/F4+WURZEL(H4/(PI()*F4))*PI()*F4)

Die Lösung liegt bei beiden Kurven im Minimum der Oberfläche an $r_x$ und $h_x$




Es müssten für eine graphische Lösung die Wertebereiche für r und h um den Punkt 15 verfeinert werden (14 bis 16 mit 0,1)

Mathematische Lösung zu 2)

Es sollen r und h für eine minimale Zylinder-Oberfläche gesucht werden.
Das Volumen soll 1000ml sein.
Die Funktion zur Berechnung der Oberfläche O hat an der Stelle r und h ein Minimum.

Ein "Minimum" und ein "Maximum" haben in der 1. Ableitung den Wert 0, d.h. keine Steigung. In der 1. Ableitung werden die Steigungen der Oberflächenfunktion dargestellt.

Die 1. Ableitung können wir dann = 0 setzen um das Minimum zu berechnen.

Um nur den Radius r als Unbekannte zu haben wird die Höhe h ersetzt (substituiert).

$$V = r^2 \pi\, h \quad ===> \quad h = \frac{V}{\pi\, r^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{O = 2\,r^2\,\pi + 2\,r\,\pi\,h}} \qquad |\ h \text{ in der Formel ersetzen}$$

$$= 2\,r^2\,\pi + 2\,r\,\pi\,\frac{V}{\pi\,r^2} \qquad |\ \text{kürzen}$$

$$\mathrm{O} = 2\,\frac{V}{r} + 2\,r^2\,\pi \qquad |\ \text{Ableitung bilden}$$

*siehe Formelsammlung: Ableitung eines Bruches, ... einer Quadratfunktion*

$$(O)' = -2\,\frac{V}{r^2} + 2 \times 2\,r\,\pi \qquad |\ \text{Ableitung} = 0 \text{ setzen}$$

$$-2\,\frac{V}{r^2} + 4\,r\,\pi = 0 \qquad |\ \text{Ziel: Nach } r \text{ umstellen}$$

$$-2\,\frac{V}{r^2} = -4\,r\,\pi \qquad |\ \times -1;\ \times r^2$$

$$2\,V = 4\,r^3\,\pi \qquad |\ \frac{1}{4\,\pi}$$

$$r^3 = \frac{2\,V}{4\,\pi} = \frac{V}{2\,\pi} \qquad |\ 3\text{te Wurzel}$$

$$\boxed{\mathrm{r} = \sqrt[3]{\frac{V}{2\,\pi}}}$$

*Radius für eine minimale Zylinderoberfläche bei gegebenem Volumen*

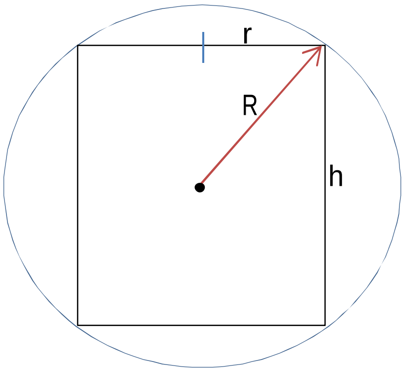
$$\text{Lösung:} \quad r = \sqrt[3]{\frac{1000}{2\,\pi}} = 5{,}42\,; \quad h = \frac{1000}{\pi\,5{,}42^2} = 10{,}84$$

Nebenbei:
Diese Doku ist durch Beiträge von Forenmitgliedern erweitert worden.
Danke an alle Beteiligten.

Zu Solver Fall 4)

Gegeben: Ich habe eine Kugel

Gesucht: In diese Kugel soll ein <u>Zylinder mit maximal möglichem Volumen</u> konstruiert werden. Gesucht wird ein genereller Faktor (x) für die Beziehung zwischen r und h des Zylinders. h = <u>x</u> * r




$$R = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}}$$

$$V_{Kugel} = \frac{4\pi}{3} * R^3 = \frac{4\pi}{3} * (r^2 + \frac{h^2}{4})^{3/2}$$

$$V_{Zylinder} = \pi * r^2 * h$$

Verhältnis von Zylinder zu Kugel ist:

$$f = \frac{V_{Kugel}}{V_{Zylinder}} = \frac{\pi * r^2 * h}{\frac{4\pi}{3} * (r^2 + \frac{h^2}{4})^{3/2}} \; ; \quad Allgemein\ sei: \; h = x * r \quad | \text{ substituieren}$$

$$f = \frac{3\, r^2 * x\, r}{4\, (r^2 + \frac{x^2\, r^2}{4})^{3/2}} = \frac{3\, x\, r^3}{4\, r^3\, (1 + \frac{x^2}{4})^{3/2}} = \frac{3x}{4\, (1 + \frac{x^2}{4})^{3/2}}$$

$$Grenzfall: \quad x \to 0 \qquad x \to \infty$$
$$\qquad\qquad f \to 0 \qquad f \to 0$$

$Maximum\ von\ f$ ; $dazu\ die\ 1.\ Ableitung = 0\ setzen$

$$0 = \frac{4\, (1 + \frac{x^2}{4})^{3/2} * 3 - 3x * 4 * {}^{3}/_{2} * (1 + \frac{x^2}{4})^{1/2}}{16\, (1 + \frac{x^2}{4})^{3}}$$

$$12\, (1 + \frac{x^2}{4})^{3/2} = 12\, x * \frac{3}{2} * \frac{x}{2} \left(1 + \frac{x^2}{4}\right)^{1/2}$$

$$\frac{x^2}{4} + 1 = \frac{3}{4} x^2 \qquad | \; * \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{3} x^2 + \frac{4}{3} = x^2$$

.

.

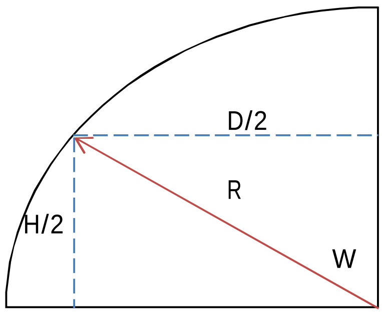
$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

Lösung: $\boxed{x = \sqrt{2} \quad \to \quad h = \sqrt{2} * r}$

Gegeben: Kugel R=1
Gesucht: Volumen/Oberfläche eines innenliegenden Zylinders

Vorbetrachtung: Kugel/Zylinder



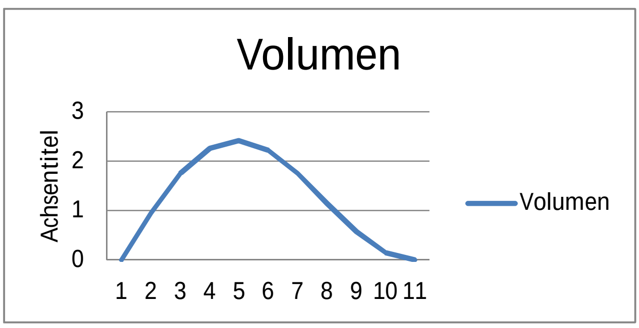

Durchmesser des Zylinders:
..=COS(Winkel*PI()/180)*Radius*2

Höhe des Zylinders:
..=SIN(Winkel*PI()/180)*Radius*2

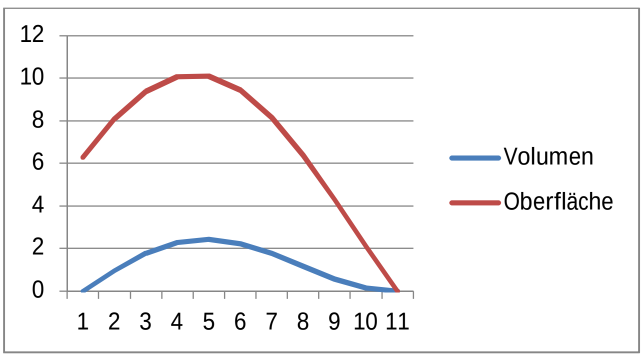
Beachte in Excel:
Winkel müssen im Bogenmaß angegeben werden (Winkel *PI()/180)

Tabelle:

| Kugel- Radius = 1 | Zylinder = ? | | | |
|---|---|---|---|---|
| Winkel | Durchmesser | Höhe | Volumen | Oberfläche |
| 0 | 2,000 | 0,000 | 0,000 | 6,28 |
| 9 | 1,975 | 0,313 | 0,959 | 8,07 |
| 18 | 1,902 | 0,618 | 1,756 | 9,38 |
| 27 | 1,782 | 0,908 | 2,265 | 10,07 |
| 36 | 1,618 | 1,176 | 2,417 | 10,09 |
| 45 | 1,414 | 1,414 | 2,221 | 9,42 |
| 54 | 1,176 | 1,618 | 1,756 | 8,15 |
| 63 | 0,908 | 1,782 | 1,154 | 6,38 |
| 72 | 0,618 | 1,902 | 0,571 | 4,29 |
| 81 | 0,313 | 1,975 | 0,152 | 2,10 |
| 90 | 0,000 | 2,000 | 0,000 | 0,00 |
| vgl. Kugel | 2 | - | 4,189 | 12,57 |




Fred zum Thema
auf CAD.de




Meine
Infosammlung auf
www.max-mg.de

mfg. Leopoldi