Mathematische Lösung zu 2)

Es sollen r und h für eine minimale Zylinder-Oberfläche gesucht werden.
Das Volumen soll 1000ml sein.
Die Funktion zur Berechnung der Oberfläche O hat an der Stelle r und h ein Minimum.

Ein "Minimum" und ein "Maximum" haben in der 1. Ableitung den Wert 0, d.h. keine Steigung. In der 1. Ableitung werden die Steigungen der Oberflächenfunktion dargestellt.

Die 1. Ableitung können wir dann = 0 setzen um das Minimum zu errechen.

Um nur den Radius r als Unbekannte zu haben wird die Höhe h ersetzt (substituiert).

$$V = r^2 \pi\, h \quad ===> \quad h = \frac{V}{\pi\, r^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{O = 2\, r^2 \pi + 2\, r\, \pi\, h}} \qquad |\ h\ in\ der\ Formel\ ersetzen$$

$$= 2\, r^2\ \pi + 2\, r\, \pi \frac{V}{\pi\, r^2} \qquad |\ kürzen$$

$$O = 2\, \frac{V}{r} + 2\, r^2\, \pi \qquad |\ Ableitung\ bilden$$

siehe Formelsammlung: Ableitung eines Bruches, … einer Quadratfunktion

$$(O)' = -2\, \frac{V}{r^2} + 2 \times 2\, r\, \pi \qquad |\ Ableitung\ = 0\ setzen$$

$$-2\, \frac{V}{r^2} + 4\, r\, \pi = 0 \qquad |\ Ziel{:}\ Nach\ r\ umstellen$$

$$-2\, \frac{V}{r^2} = -4\, r\, \pi \qquad |\ \times -1;\ \times r^2$$

$$2\, V = 4\, r^3\, \pi \qquad |\ \frac{1}{4\, \pi}$$

$$r^3 = \frac{2\, V}{4\, \pi} = \frac{V}{2\, \pi} \qquad |\ 3te\ Wurzel$$

$$\boxed{r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\, \pi}}}$$

Radius für eine minimale Zylinderoberfläche bei gegebenem Volumen

$$Lösung{:} \quad r = \sqrt[3]{\frac{1000}{2\, \pi}} = 5{,}42\, ; \qquad h = \frac{1000}{\pi\, 5{,}42^2} = 10{,}84$$

mfg. Leopoldi

Nebenbei:
Die minmalste Oberfläche hat ein Zylinder wenn die Abmessungen in einen Kugelumriss passen. Dann gilt: d = h

Meine
Infosammlung
auf max-mg.de